

Die Formelsammlung

MENGENLEHRE

Logische Verknüpfungen

$x > a \vee x < b$ x ist grösser als a **oder** x ist kleiner als b

$x > a \wedge x < b$ x ist grösser als a **und** x ist kleiner als b

Mengenoperationen

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\} \quad A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\} \quad \overline{A_{\mathbb{M}}} = \{x | x \in \mathbb{M} \wedge x \notin A\}$$

ALGEBRA

Binomische Formeln

$$1. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3. (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Potenzen und Wurzeln

$$\begin{aligned} \text{Definitionen} \quad a^n = b &\Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b} & a, b \in \mathbb{R}^+, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \\ a^1 &= a & \sqrt[n]{a} = a \\ a^0 &= 1 \text{ für } a \neq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Äquivalenz zwischen Potenzen und Wurzeln} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$\begin{aligned} \text{Potenzgesetze} \quad a^m a^n &= a^{m+n} & \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} & a^{-n} &= \frac{1}{a^n} & a, b \in \mathbb{R}^+, m, n \in \mathbb{R} \\ (a^m)^n &= a^{mn} & a^n b^n &= (ab)^n & \frac{1}{a^{-n}} &= a^n \end{aligned}$$

Quadratische Gleichung

$$\text{Grundform} \quad ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

Logarithmen

$$\text{Definition} \quad a^x = b \Leftrightarrow \log_a(b) = x \quad a, b \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$$

$$\text{Gesetze} \quad \log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y) \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y) \quad \log_a(x^n) = n \cdot \log_a(x)$$

$$\log_a(1) = 0$$

$$\log_a(a) = 1$$

$$\log_a(0) = n.def.$$

Spezielle Basen:

$$\lg(x) = \log_{10}(x)$$

$$\ln(x) = \log_e(x)$$

$$\text{Basiswechselgesetz} \quad \log_a(b) = \frac{\lg(b)}{\lg(a)} = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$$

Folgen und Reihen

arithmetische Folge	Definition (rekursiv) $a_n = a_{n-1} + d$	allg. Glied $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$
arithmetische Reihe	Summe von n Gliedern	$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
geometrische Folge	Definition (rekursiv) $a_n = a_{n-1} \cdot q$	allg. Glied $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
geometrische Reihe	Summe von n Gliedern	$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$

ANALYSIS

Lineare Funktion

Normalform $f(x) = mx + q$	$D_f = \mathbb{R}$	m : Steigung	q : Ordinatenabschnitt
mit $P(x_1/f(x_1))$ und $P(x_2/f(x_2))$	$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$		

Quadratische Funktion

Allgemeine Form	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$D_f = \mathbb{R}, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$
Scheitelform	$f(x) = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$	Scheitel $S(\frac{-b}{2a} / -\frac{b^2 - 4ac}{4a})$ oder
	$f(x) = a(x - s_1)^2 + s_2$	Scheitel $S(s_1/s_2)$
Parabel geöffnet	nach oben für $a > 0$	nach unten für $a < 0$
x -Wert des Scheitels	$x_s = \frac{-b}{2a}$	minimal bzw. maximal

Exponentialfunktion

Allgemeine Form	$f(x) = c \cdot a^x$	$D_f = \mathbb{R}, \quad c \in \mathbb{R}, c \neq 0, \quad a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1$
x	Zeit	
$f(x)$	Funktionswert nach Ablauf der Zeit x	
c	Anfangswert	
a	Wachstumsfaktor	
	$0 < a < 1 \rightarrow$ exponentieller Zerfall	
	$1 < a \rightarrow$ exponentielles Wachstum	

Sättigungsfunktion

Allgemeine Form	$f(x) = a - b \cdot e^{-c \cdot x}$	$D_f = \mathbb{R}, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$
x	Zeit	
$f(x)$	Funktionswert nach Ablauf der Zeit x	
a	Sättigungsmenge	
b	Potential, mögliche Wachstumsmenge	
e	Euler'sche Zahl	
c	Dämpfungsfaktor	

FINANZMATHEMATIK

Zinseszinsrechnung

Grundform	$K_n = K_0 \cdot q^n$	K_n	Endkapital (Endwert)
Umformungen	$K_0 = \frac{1}{q^n} \cdot K_n$	K_0	Anfangskapital (Barwert)
	$n = \frac{\lg(K_n) - \lg(K_0)}{\lg(q)}$	n	Anzahl Jahre mit $n \in \mathbb{N}$
	$p = 100 \cdot \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 \right)$	p	Zinsfuß
	$q = 1 + \frac{p}{100}$	q	Zinsfaktor

Rentenrechnung

Vorschüssige Jahresrenten R

Barwert	$K_0 = R \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q^n(q - 1)}$	Endwert	$K_n = R \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
----------------	--	----------------	---

Nachschüssige Jahresrenten R

Barwert	$K_0 = R \cdot \frac{q^n - 1}{q^n(q - 1)}$	Endwert	$K_n = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
----------------	--	----------------	---------------------------------------

Abschreibung

Digitale Abschreibung	$a_1 = n \cdot d$	a_1	erster Abschreibungsbetrag
	$a_n = d$	a_n	letzter Abschreibungsbetrag
		d	Differenz der Abschreibungsbeträge
	$d = \frac{2A}{n(n+1)}$	A	Anschaffungswert

Abschreibung vom Buchwert

$R_n = A \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$	Restwert am Ende des n-ten Jahres
--	-----------------------------------

STATISTIK

Häufigkeit

Stichprobenumfang n

absolute Häufigkeit $H(x_i)$

relative Häufigkeit $h(x_i) = \frac{H(x_i)}{n}$

Kennwerte

Median $\tilde{x} = x_{m+1}$ für $n = 2m + 1$

$$\tilde{x} = \frac{x_{m+1} + x_m}{2} \quad \text{für } n = 2m$$

oder

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(n-1)0.5+1} & \text{falls } (n-1)0.5 + 1 \in \mathbb{Z} \\ \frac{x_{\lceil (n-1)0.5+1 \rceil} + x_{\lfloor (n-1)0.5+1 \rfloor}}{2} & \text{falls } (n-1)0.5 + 1 \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

Whisker kleinster resp. grösster Wert

Quartil Wert bei 25% resp. 75% der Stichprobe

$$q_u = \begin{cases} x_{(n-1)0.25+1} & \text{falls } (n-1)0.25 + 1 \in \mathbb{Z} \\ \frac{x_{\lceil (n-1)0.25+1 \rceil} + x_{\lfloor (n-1)0.25+1 \rfloor}}{2} & \text{falls } (n-1)0.25 + 1 \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$q_o = \begin{cases} x_{(n-1)0.75+1} & \text{falls } (n-1)0.75 + 1 \in \mathbb{Z} \\ \frac{x_{\lceil (n-1)0.75+1 \rceil} + x_{\lfloor (n-1)0.75+1 \rfloor}}{2} & \text{falls } (n-1)0.75 + 1 \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

Spannweite $R = x_{\max} - x_{\min}$

Modus Wert, welcher die grösste relative Häufigkeit besitzt

$$\text{arithmetisches Mittel} \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i \cdot H(x_i) = \sum_{i=1}^k x_i \cdot h(x_i)$$

$$\text{Varianz} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k H(x_i) \cdot |x_i - \bar{x}|^2$$

Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

$$\text{Klassenbreite} \quad \Delta x = \frac{R}{1 + 3.32 \lg(n)}$$